

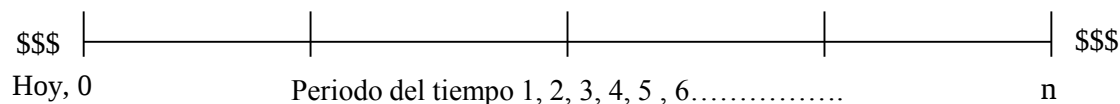
Fundamentos de valor del dinero en el tiempo

Fundamentos básicos

Dr. José Luis Esparza A.

Valor del Dinero en el tiempo

- En la práctica, siempre es posible invertir el dinero, ya sea en un banco, en inversiones o inclusive prestárselo a algún amigo.
- En cualquiera de los casos el dinero podrá generar más dinero (**intereses**).
- Esto lleva a concluir que el dinero tiene distinto valor en el tiempo, o que *un peso de hoy tiene mayor valor a un peso de mañana*.



Factores que determinan el monto del interés

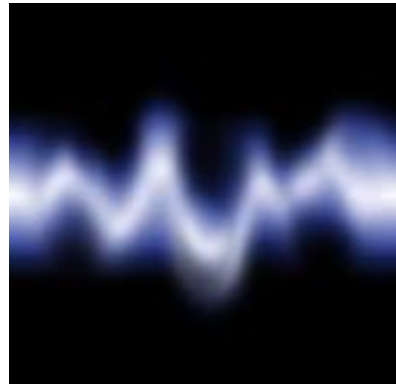
- El interés acumulado (I) por un préstamo, sin pagos intermedios, es función de cuatro factores:
 - 1.- Capital o Principal (C): Suma de dinero originalmente prestado o pedido en préstamo.
 - 2.- Tiempo (t): Es el numero de unidades de tiempo para el cual se calculan los intereses.

Factores que determinan el monto del interés

- 3.- Tasa de interés (i): Es el interés por unidad de tiempo, expresado como tanto por ciento o tanto por uno del capital.
- 4.- La relación entre estos tres factores mencionados (C, t, i) y el interés (I), es siempre directa.

Modalidad del Interés

- La cuantía del interés va a depender si la operación es a ***interés simple*** o a ***interés compuesto***. Estas son dos modalidades de cálculo que se diferencian en la base de aplicación de la tasa de interés.



Interés Simple

✖ Definición:

Cuando únicamente el capital gana interés por todo el tiempo que dura la transacción, al interés vencido al final del plazo se le conoce como interés simple. El interés simple sobre el capital C , por t años a la tasa i , esta dado por la expresión:

$$I = C * i * t$$

Interés Simple

- En este método, la base de cálculo corresponde al capital inicial otorgado en préstamo. Los intereses que se generan no se transforman en capital, por tal motivo, los intereses resultantes para los distintos periodos de tiempo son iguales.

Monto a Interés Simple

- El monto de una cantidad (M) a una fecha dada, corresponde al capital inicial más los intereses acumulados a esa fecha, es decir:

$$M = C + I$$

$$M = C * (1 + i * n)$$

Ejemplo:

- Si depositas \$200,000 al 10% anual, durante un periodo de 3 años.
- El interés para un año lo obtenemos de la siguiente manera:

$$I = 200,000 \times 0.10 \times 1 = \$ 20,000$$

Si al capital de \$200,000 le sumamos los intereses simples acumulados por tres años (\$60,000), obtenemos un monto de \$260,000.

Aplicando la fórmula de monto a interés simple:

$$M = C (1 + i * n)$$

$$M = \$ 200,000 (1 + 0.10 * 3)$$

$$\mathbf{M = \$ 260,000}$$

Interés Compuesto

- Esta modalidad de cálculo de interés consiste, en que el interés que genera el capital para un periodo de tiempo se capitaliza, es decir, se transforma en capital. Por lo tanto, para el periodo siguiente, el capital relevante será el capital inicial más el interés resultante del primer periodo, generando con ello, un interés mayor en el segundo periodo, el cual también se capitaliza.

Operaciones a Interés Compuesto

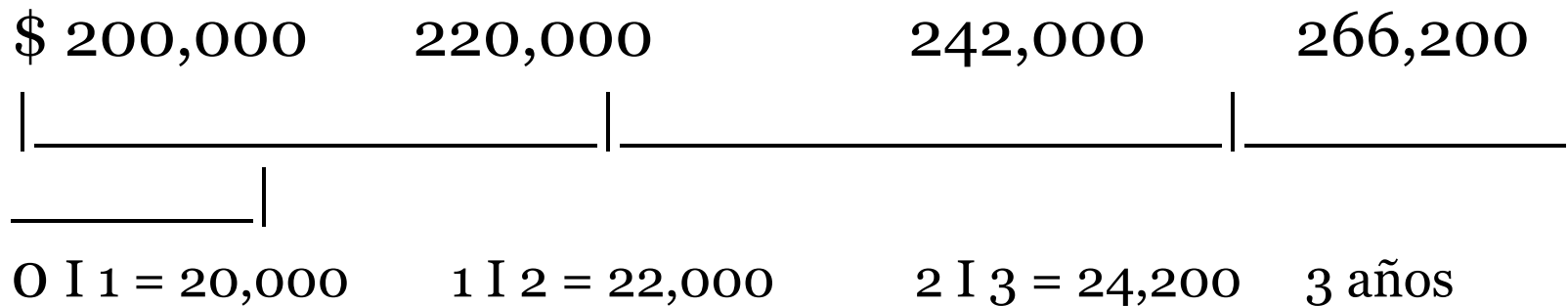
- Como hemos visto anteriormente, hablamos de Interés Compuesto, cuando los intereses se capitalizan, cuando el capital relevante para cada periodo de uso del dinero es distinto (generalmente mayor, producto de la capitalización de los intereses), y cuando los intereses resultantes, también son mayores.
- En esta modalidad de cálculo de interés existen algunas expresiones relacionadas, tales como:

Operaciones a Interés Compuesto

- ***Capitalización de intereses:*** Es el proceso de agregar a un capital, los intereses simples de los periodos de uso del dinero, entre la fecha en que se formó ese capital y la fecha elegida para agregar intereses.
- ***Periodo de capitalización:*** Es el intervalo de tiempo convenido para capitalizar los intereses (meses, trimestres, semestres, años, etc.).

Interés Compuesto

- Supongamos que el ejercicio anterior, se pactó a interés compuesto.



Interés Compuesto

• PERIODO CAPITAL	CAPITAL INICIAL (C)	INTERES (I) $C \times i$	ACUMULADO
1	\$ 200,000	\$20,000	\$ 220,000
2	\$ 220,000	\$22,000	\$ 242,000
3	\$ 242,000	\$24,200	\$ 266,200

Operaciones a Interés Compuesto

- ***Tasa de interés compuesto:*** Es la tasa de interés por periodo de capitalización
- ***Frecuencia de capitalización:*** También llamado periodo de capitalización o de conversión. Es el número de veces en que se capitalizan los intereses en el tiempo de uso del dinero.

Basémonos en el siguiente ejemplo para comprender el concepto de interés compuesto.

Ejemplo:

- Un préstamo por \$120,000 a tres años de plazo, otorgado a una tasa de interés del 18% anual, con capitalización anual. Identifica :

1.- Tiempo de uso del dinero

2.- Período de capitalización

3.- Frecuencia de capitalización

FÓRMULAS INTERÉS COMPUESTO

En la práctica, cada vez es menos usual encontrar la aplicación de estos conceptos con la fórmula:

$$MC = C (1 + i)^n$$

Y **más** frecuente su manejo con la fórmula:

$$VF = VP (1 + i)^n \quad \text{o} \quad VF = VP / (1 + i)^{-n}$$

En donde el monto compuesto se transforma en valor futuro y el capital en valor presente.

A partir de esta fórmula se obtiene la de valor presente:

$$VP = VF / (1 + i)^n \quad \text{o} \quad VP = VF (1 + i)^{-n}$$

FÓRMULAS TASAS INTERÉS

Tnom= Tasa nominal

$$\mathbf{Tnom = (Tef * 360) / n}$$

Tef= Tasa efectiva

$$\mathbf{Tef = (Tnom * n) / 360}$$

Tefa= Tasa efectiva anual

$$\mathbf{Tefa = [(1 + Tef)^{360/n} - 1] * 100}$$

Teq= Tasa equivalente

$$\mathbf{Teq = [(1 + (Tnom * n / 360))^{m/n} - 1] * (360 / m)}$$

n = número de días del periodo

m = número de días del plazo final

FÓRMULAS TASAS DE INTERÉS

FÓRMULA GENÉRICA PARA TASAS EFECTIVAS CUANDO CAMBIAN DE PLAZO

$$Tef = [(1 + Tef)^{m/n} - 1] * 100$$

Tef= tasa efectiva inicial

m= días plazo final o meta

n= días plazo inicial

Ejemplo de tasas equivalentes:

- Determinar la tasa anual equivalente de un instrumento de inversión cuya tasa nominal es del 30% capitalizable cada trimestre, a periodos bimestrales. Realizar la comprobación, considerando que el valor actual del depósito es de \$1,000 a 2 años.

Solución de tasas equivalentes:

- Determinar la tasa anual equivalente de un instrumento cuya tasa nominal es del 30% capitalizable cada trimestre, a periodos bimestrales.

$$Teq = ((1 + ((0.30 * 90) / 360))^{60/90} - 1) * (360 / 60) = \mathbf{29.64\%}$$

Comprobación (Ejemplo 1,000 a 2 años):

$$VF = 1,000 * (1 + ((0.30 * 90) / 360))^8 = 1,783$$

$$VF = 1,000 * (1 + ((0.29.64 * 60) / 360))^{12} = 1,783$$

ANUALIDADES

- Cantidad igual que se presenta en forma consecutiva de manera periódica.
- Pueden darse al principio de cada periodo y se denominan anticipadas (pagos de renta a principio de periodo, depósitos en un fondo de ahorro).
- Pueden darse al final de cada periodo y se denominan vencidas (pagos préstamo bancario, compra de autos, casas, etc.).
- Las anualidades pueden referirse al valor presente o al valor futuro.

FÓRMULAS DE ANUALIDADES

Anualidades anticipadas:

$$VP = A \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} (1+i)$$

$$A = VP \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} \frac{1}{(1+i)}$$

$$VF = A \frac{(1+i)^n - 1}{i} (1+i)$$

$$A = VF \frac{i}{(1+i)^n - 1} \frac{1}{(1+i)}$$

VP= Valor actual o presente

VF= Valor futuro

A= Anualidad o Pago

i= Tasa de interés

n= Núm. Periodos

FÓRMULAS DE ANUALIDADES

Anualidades vencidas:

$$VP = A \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

$$A = VP \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}}$$

$$VF = A \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$A = VF \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

VP= Valor actual o presente

VF= Valor futuro

A= Anualidad o Pago

i= Tasa de interés

n= Núm. Periodos

Ejemplo de anualidades:

- Una empresa negocia un plan de reestructuración de deuda por \$200,000 a pagar en un plazo de 10 años con pagos mensuales iguales al final del mes con una tasa anual de 18%. Determinar el valor de los pagos y su tabla de amortización respectiva.
- Con los datos del ejercicio anterior, pero con pagos al inicio del periodo, determinar el valor de la mensualidad.

Solución de anualidades:

- Una empresa negocia un plan de reestructuración por \$200,000 a pagar en un plazo de 10 años con pagos mensuales iguales al final del mes con una tasa anual de 18%. Determinar el valor de los pagos.

$$A = VP * (i / 1 - (1 + i)^{-n}) = 3,603.70$$

- Con los datos del ejercicio anterior, pero con pagos al inicio del periodo, determinar el valor de la mensualidad.

$$A = VP * (i / 1 - (1 + i)^{-n}) * 1 / (1 + i) = 3,550.45$$

Solución de anualidades:

- Tabla de amortización anualidad vencida a 10 años con pagos mensuales:

n	Saldo inicial (SI)	Intereses ($i=Tef*SI$)	Capital ($C=A-i$)	Pago (A)	Saldo final $SF=SI-C$
1	200,000.00	3,000.00	603.70	3,603.70	199,396.30
2	199,396.30	2,990.94	612.76	3,603.70	198,783.54
3	198,783.54	2,981.75	621.95	3,603.70	198,161.60
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
119	7,049.70	105.75	3,497.95	3,603.70	3,551.74
120	3,551.74	53.28	3,550.42	3,603.70	0.00